ESTATÍSTICA I - 2º Ano/Economia, 1º semestre, 1ª prova intercalar 06. 11. 18
1hora. (10 valores)

Nome:____Turma:_________

Espaço reservado para classificações

1.(15)	2a.(10)	2c.(15)	3a.(10)	3c.(15)	4.(10)
	2b.(10)		3b.(15)		

Atenção: todas as questões devem ser devidamente formalizadas e justificadas. Nas perguntas de escolha múltipla, uma resposta certa vale 15 pontos, uma resposta errada vale - 5 pontos

1. Um exame é composto de várias perguntas de resposta múltipla, cada uma com 4 alternativas. Dependendo do grau de apreensão da matéria, um aluno pode encontrar-se num de três graus de conhecimento em relação a cada uma das questões que compõem o exame: saber a resposta certa à questão, conseguir eliminar uma das 4 alternativas e escolher aleatoriamente uma das restantes ou escolher ao acaso entre as 4 alternativas. A probabilidade de saber a resposta certa é 0.5, a probabilidade de conseguir eliminar uma das 4 escolhas possíveis é 0.25. Sabendo que o aluno escolheu a resposta certa, qual a probabilidade de ele saber a resposta (isto é de estar na primeira situação)?

2. O Marco e a Lisa são agentes imobiliários. Sejam (X,Y) as variáveis aleatórias que representam o número de apartamentos vendidos mensalmente pelo Marco e pela Lisa respetivamente. A função probabilidade conjunta de X e Y é dada por:

$y \setminus x$	0	1	2	f(y)
0	0.12	0.42	0.06	0.6
1	0.21	0.06	0.03	0.3
2	0.07	0.02	0.01	0.1
f(x)	0.4	0.5	0.1	

a) Qual a probabilidade de a Lisa vender mais apartamentos do que o Marco?

b) Calcule $\operatorname{cov}(X,Y)$ e $E(X^2Y)$. Será que de algum dos resultados anteriores pode inferir que existe uma associação positiva entre as variáveis X e Y ? Justifique.

c) Qual a média de apartamentos vendidos pelo Marco num mês em que a Lisa não vende qualquer apartamento?

3. Seja a variável aleatória X com função distribuição dada por:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ kx^2 & 0 \le x < 10 \\ 100k & x \ge 10 \end{cases} \quad (k > 0 \; constante)$$

a) Mostre que $k = 0.01$ e calcule $P(X > med(X) \mid X > 5)$, sendo $med(X)$ a mediana de X.

b) Calcule o valor esperado e a variância da variável aleatória X.

c) Determine a função distribuição da variável aleatória $Y = \begin{cases} 1 & X \leq 3 \\ 2X & X > 3 \end{cases}$. Classifique, **justificando,** a variável aleatória Y.

4. Sendo A e B dois acontecimentos definidos no mesmo espaço de resultados Ω com $P(\overline{A}) = \alpha$ e $P(\overline{B}) = \beta$, prove que $P(A \cap B) \geq 1 - \alpha - \beta$